



## Nobelprijs voor tijdreeksanalyse

**Auteur(s):**

Jacobs, J.P.A.M.

Kuper, G.H.

Sterken, E.

*De auteurs zijn verbonden aan de Faculteit der Economische Wetenschappen van de Rijksuniversiteit Groningen en hebben tijdens een nake Workshop in Maastricht in 1987 uit eerste hand van Robert Engle kennis kunnen nemen van de met een Nobelprijs beloonde inzichten.*

[j.p.a.m.jacobs@eco.rug.nl](mailto:j.p.a.m.jacobs@eco.rug.nl)

**Verschenen in:**

ESB, 88e jaargang, nr. 4416, pagina 494, 17 oktober 2003

**Rubriek:****Trefwoord(en):**

wetenschap

*De Nobelprijs voor de economie gaat dit jaar naar Clive W.J. Granger en Robert F. Engle.*

Granger en Engle hebben nieuwe statistische methoden ontwikkeld om eigenschappen van economische tijdreeksen te karakteriseren. Tijdreeksen worden traditioneel veel gebruikt in de macro-economie en de financiële economie, maar staan tegenwoordig ook in andere disciplines van de economische wetenschappen, zoals de marketing, in de aandacht. Granger en Engle staan bekend om hun ingenieuze, maar gemakkelijk toepasbare, gedachten over tijdreeksen. Het succes van de toepasbaarheid is ongetwijfeld een overweging geweest om de prijs aan hen toe te kennen.

Ofschoon het werk van Granger en Engle tegenwoordig tot de standaard gereedschapskist van empirisch economen behoort, is de materie vrij technisch van aard. In dit artikel zullen we de concepten uitleggen aan de hand van eenvoudige voorbeelden.

### *Niet-stationariteit en cointegratie*

Het werk van Granger bespreken we vanuit een macro-economisch perspectief. Tijdreeksen van bijvoorbeeld de particuliere consumptie en het bruto binnenlands product volgen veelal een oplopende trend, waarbij tijdelijke schokken het langetermijnniveau beïnvloeden. Naast een eenvoudig te onderkennen zogenaamde deterministische trend bevatten de reeksen veelal een zogenaamde stochastische trend: na een schok heeft de niet-stationaire reeks geen neiging om naar een voorspelbare lineaire trend terug te keren. Als niet-stationaire reeksen worden gebruikt in econometrische modellen, kan het probleem van schijnrelatie optreden<sup>1</sup>. Een klassiek voorbeeld is dat het bruto binnenlands product van een land en de cumulatieve regenval beide een trendmatig oplopend patroon vertonen, waardoor lineaire regressie een significant verband suggereert dat uiteraard niet door theorie ondersteund wordt.

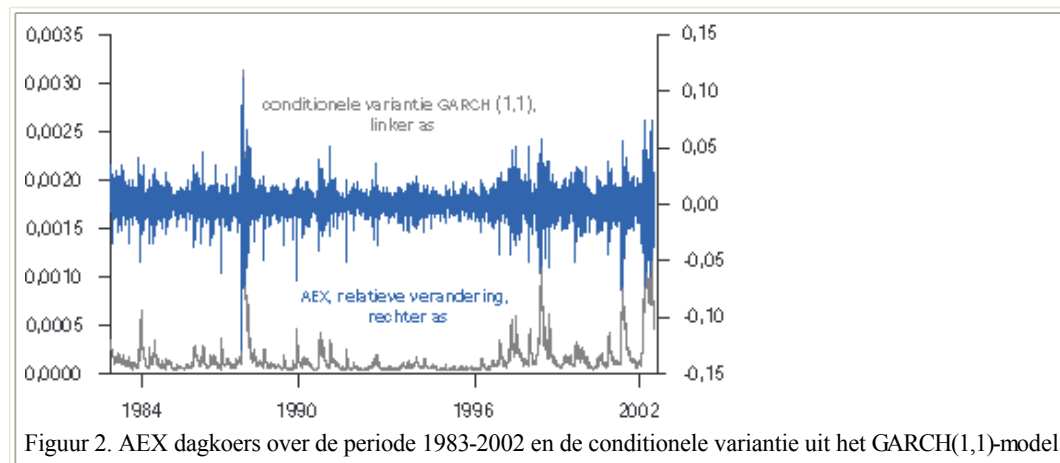
Tot in het midden van de jaren tachtig van de vorige eeuw was het gebruikelijk om deze niet-stationaire tijdreeksen als groeivoeten in econometrische modellen op te nemen. Hoewel hiermee inzicht werd verkregen in de dynamiek op de korte termijn tussen bijvoorbeeld variabelen als particuliere consumptie en inkomen, ging informatie over mogelijke langetermijnverbanden verloren. De economische theorie is evenwel in staat om 'hardere' uitspraken over de lange termijn dan over de korte termijn te doen.

Er is een uitzondering op de regel dat schijnrelatie tussen twee niet-stationaire variabelen optreedt. Deze uitzondering doet zich voor als twee tijdreeksen dezelfde stochastische trend hebben. In dat geval is een lineaire combinatie van deze niet-stationaire tijdreeksen stationair. Dat wil zeggen dat er een voorspelbare langetermijnrelatie tussen consumptie en inkomen bestaat, omdat beide reeksen een zogenaamd gemeenschappelijke stochastische trend bezitten: de reeksen zijn gecointegreerd<sup>2</sup>. Economisch gezien bestaat er een langetermijnevenwicht tussen de reeksen: consumptie en inkomen hangen op een voorspelbare manier samen. Niet alleen op de lange termijn vormen bijvoorbeeld consumptie en inkomen een relatie, ook op de korte termijn zijn de bewegingen in consumptie en inkomen verbonden. De relatie tussen de reeksen kan worden beschreven in een zogenaamd fouten-correctiemodel (het 'Granger representation' theorema): het systeem gevormd door consumptie en inkomen hoeft niet per se in evenwicht te zijn, maar heeft wel de neiging te tenderen naar het langetermijnevenwicht dat door de gecointegreerde relatie voorgeschreven wordt. Cointegratie en fouten-correctiemodellen hebben geleid tot een vloedgolf van empirische toepassingen, niet alleen in traditionele macromodellen zoals die van het cpb, maar ook in arbitragetoetsen op bijvoorbeeld rendementen of wisselkoersen. De toepassingen van de begrippen stationariteit en cointegratie zijn legio. Overal waar de economische theorie duidelijke voorschriften geeft over lange-termijnverbanden tussen variabelen (en naderhand is dit ook aangetoond voor meer dan twee variabelen), en tijdreeksen van de variabelen voorhanden zijn, kan men met behulp van de tijdreeksmethodologie de theorie toetsen.

### *Geclusterde volatiliteit*

In de financiële wereld zijn hoogfrequente tijdreeksen voor bijvoorbeeld rendementen en beursomzetten ruim voorhanden. Naarmate de frequentie van de data toeneemt, neemt ook de kans op seriële samenhang van de volatiliteit van de reeksen toe. Turbulente perioden rondom bijvoorbeeld een beurskrach worden afgewisseld met rustiger perioden. [figuur 2](#) (de bovenste lijn) laat een voorbeeld zien waarin de volatiliteit van de AEX-dagkoers over de periode 1983-2002 geclusterd is in de tijd. Engle heeft voorgesteld het regressiemodel voor

de gemiddelde ontwikkeling van de reeks in kwestie uit te breiden met een vergelijking voor de variantie van de storingstermen van de 'gemiddelden'-vergelijking<sup>3</sup>. In deze variantievergelijking wordt het systematische patroon in de variantie van de storingstermen verklaard uit één of meerdere vertraagde storingstermen van de 'gemiddelden'-vergelijking. Het autoregressieve karakter van de varianties geeft aan dat de variantie conditioneel op waarden uit het verleden is: dit model wordt het AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) model genoemd. De gegeneraliseerde versie (Generalized ARCH of kortweg GARCH) is in de praktijk de meest populaire variant<sup>4</sup>. In het GARCH-model komen in de variantievergelijking niet alleen de vertraagde storingstermen (van de 'gemiddelden'-vergelijking) voor, maar ook één of meer vertraagde conditionele varianties.



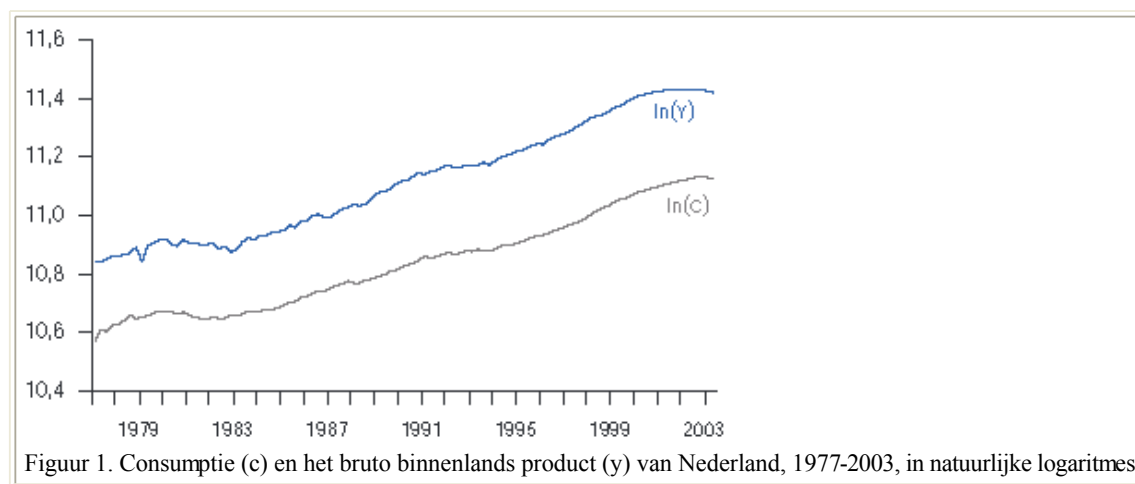
Allerlei financieel-economische tijdreeksen, zoals beurskoersen en wisselkoersen, kunnen met de (g)ARCH- techniek beter beschreven worden. Engle's baanbrekende werk kent dus ook allerlei praktische toepassingen, zoals het berekenen van volatiliteit van beleggingsportefeuilles.

#### Tot slot

De analyse van economische tijdreeksen is en blijft een lastige, maar uitdagende bezigheid. Negeren van bepaalde eigenschappen van tijdreeksen, zoals stationariteit en geclusterde volatiliteit, leidt tot foute conclusies. De econometrische methoden waarvoor Engle en Granger zijn beloond met de Nobelprijs, maken het mogelijk betrouwbaar onderzoek te doen naar langetermijn evenwichtsprocessen en naar volatiliteit in hoogfrequente (financiële) data.

Jan Jacobs, Gerard Kuper en Elmer Sterken

Een voorbeeld kan het concept cointegratie verduidelijken. In [figuur 1](#) staan tijdreeksen voor de consumptie (c) en het bruto binnenlands product (y). De reeksen luiden in constante prijzen van 1995 en zijn vrij van seizoensinvloeden.



Beide reeksen zijn niet-stationair en hebben zo op het oog een vergelijkbare trend. Engle en Granger hebben toetsen ontwikkeld om te beoordelen of  $\ln(c)$  en  $\ln(y)$  inderdaad zijn gecointegreerd. Uit die toets volgt een gecointegreerde (langetermijn) relatie van de volgende vorm:

$$\ln(c) - 0,873 \ln(y) - 1,168 = 0$$

Op de lange termijn neemt het logniveau van de consumptie met 0,873 procent toe als het logniveau van het bbp met één procent stijgt. Deze gecointegreerde relatie is stationair en kan worden opgenomen in een kortetermijnvector fouten-correctiemodel:

$$D\ln(c) = -0,081 D\ln(c-1) + 0,040 D\ln(y-1) - 0,125 [\ln(c-1) - 0,873 \ln(y-1) - 1,168]$$

$$D\ln(y) = 0,552 D\ln(c-1) - 0,382 D\ln(y-1) - 0,102 [\ln(c-1) - 0,873 \ln(y-1) - 1,168]$$

In dit model is  $D$  de verschiloperator, en dus  $D\ln(c) = \ln(c) - \ln(c-1)$  een benadering voor de groeivoet van de consumptie is. Als consumptie en bbp op de korte termijn niet in evenwicht zijn, dan is er alsnog een tendentie naar het evenwicht. Bijvoorbeeld als de consumptie te hoog is, dan is de term tussen vierkante haken positief, en tendeert de consumptie naar de evenwichtige waarde, die door de langetermijn, gecoïntegreerde vergelijking voorgeschreven wordt.

---

Ter illustratie van de modellen met geclusterde volatiliteit schatten we een garch-model voor de ontwikkeling van de aex dagkoers (zie [figuur 2](#), bovenste reeks). In dit voorbeeld is de 'gemiddelden'-vergelijking eenvoudig: de verandering van de aex-index is gelijk aan constante plus een storingsterm:

$$D\ln(aex) = a + e_t.$$

Schatting onder de veronderstelling dat de fouten  $e_t/(ht)^{-1/2}$  standaardnormaal verdeeld zijn, levert het volgende model op:

$$h_t = 2,66 \times 10^{-6} + 0,084e_2 + 0,899h_{t-1},$$

$$= t-1$$

waarbij  $h_t$  de conditionele variantie representeert en  $e_t$  de storingsterm uit de 'gemiddelden'-vergelijking.

Van beide termen komt slechts één vertraging in het model voor, zodat dit een garch (1,1)-model genoemd wordt, oftewel een eerste-orde garch-model. De derde parameter in de vergelijking voor de conditionele variantie  $h_t$  is van belang voor bijvoorbeeld het voorspellen van beursrendementen: de schatting daarvan, in dit voorbeeld 0,899, betekent dat negentig procent van de variantie de volgende dag nog steeds aanwezig is (clustering van volatiliteit). [figuur 2](#) (de onderste lijn) laat zien dat de conditionele variantie  $h_t$  in turbulente perioden aanzienlijk hoger is dan in periode van relatieve rust.

---

**1** C.W.J. Granger en P. Newbold, Spurious regressions in econometrics, *Journal of Econometrics*, 1974, blz. 111-120.

**2** Granger heeft dit in een aantal publicaties in de jaren tachtig van de vorige eeuw laten zien, met als belangrijkste : R.F. Engle en C.W.J. Granger, Co-integration and error-correction: representation, estimation and testing, *Econometrica*, jrg 55, 1987, blz. 251-276.

**3** R.F. Engle, Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, jrg. 50, 1982, blz. 987-1007.

**4** T. Bollerslev, Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, jrg. 31, 1986, blz. 307-327 en S.J. Taylor, *Modelling financial time series*, Wiley, Chichester, 1986.