Appendix: Een model ter onderbouwing

We gaan uit van Fama en Miller (1972), een standaardtekst op het gebied van financiering en beleggen. Hierbij draait het om de consumptie – en beleggingsbeslissing van een representatieve consument in een twee periode setting. Wij voegen hun setting belastingheffing toe.

De consument werkt in de eerste periode. Hij krijgt vooraf betaald. Het salaris, w, verdeelt hij over onmiddellijke consumptie, c en beleggen, h = w – c. De uit beleggingen vrijgekomen middelen worden vervolgens gebruikt om in de tweede periode geheel te consumeren. Er kan worden belegd in aandelen, waarvan het rendement $\widetilde{R}_a$ onzeker is, en obligaties, die een zeker rendement opleveren, R_f. Hiermee wordt de consumptie, aangeduid met $\tilde{c}$, in de tweede periode onzeker. De consument moet een beslissing nemen ten aanzien van consumptie en beleggen, evenals hoe de beleggingen te verdelen over aandelen en obligaties.

Laten we eerst kijken naar die beleggingen. Hierbij gaat het om de allocatie tussen x obligaties en 1-x aandelen (0<x<1). Voor het gemak noteren we ook $1-x = h_a/h$ en $x = h_f/h$, waarbij h_a en h_f beleggingen in Euro's zijn in respectievelijk aandelen en obligaties. Het verwachte totale rendement op beleggingen komt dan uit op: $E(\widetilde{R}_p) = x\,R_f + (1-x)\,E(\widetilde{R}_a)$. De realisatie van dat rendement is onzeker, de variatie ervan drukken we uit met de standaarddeviatie $\sigma(\widetilde{R}_p) = (1-x)\,\sigma(\widetilde{R}_a)$. Die standaarddeviatie gebruiken we om het verschil tussen het waargenomen rendement op beleggingen $\widetilde{R}_p$ en het verwachte rendement $E(\widetilde{R}_p)$ te normaliseren. Dan krijgen we $\tilde{r} = (\widetilde{R}_p - E(\widetilde{R}_p))/\sigma(\widetilde{R}_p)$ en na herschikking $\widetilde{R}_p = \tilde{r}\,\sigma(\widetilde{R}_p) + E(\widetilde{R}_p)$. Dit vergemakkelijkt de formulering van de beleggingsbeslissing, zoals we onderstaand gaan zien.

Nu zijn we gereed om de beslissing van de consument goed te beschouwen. Belastingen laten we er nog even buiten. Het gaat er nu om dat de consument een zo hoog mogelijk verwacht nut $E(U(c, \tilde{c}))$ behaalt, gegeven het salaris w; we nemen hierbij aan dat de nutsfunctie strikt concave is. Nu hij dit salaris over consumeren en beleggen verdeelt, kunnen we het te beleggen bedrag schrijven als: $w - c = h = h_a + h_f$. Dat leidt tot de volgende uitgebreide Lagrange formulering, de verwachtingswaarde E(.) expliciet uitschrijvend:

(1a) $L = \int_{-\infty}^{\infty} U\{c, h + h_f R_f + h_a E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\,h_a\,\sigma(\widetilde{R}_a)\}\,f(\tilde{r})d\tilde{r} + \lambda(w - c - h_a - h_f)$

Bij de afleiding gebruiken we de Lagrange $L = E(U(c, \tilde{c})) + \lambda(w - c - h_a - h_f)$. Die vorm kunnen we uitwerken als we ons realiseren dat de verwachting een gemiddelde is van alle mogelijke uitkomsten van de beleggingen $\widetilde{R}_p$. Dat schrijven we als een integraal: $\int_{-\infty}^{\infty} U\{c, (w-c)(1+\widetilde{R}_p)\}\,f(\widetilde{R}_p)d\widetilde{R}_p$. We komen dan door gebruik te maken van de formulering: $\widetilde{R}_p = \tilde{r}\,\sigma(\widetilde{R}_p) + E(\widetilde{R}_p)$ tot $L = \int_{-\infty}^{\infty} U\{c, (w-c)(1+E(\widetilde{R}_p)+\tilde{r}\,\sigma(\widetilde{R}_p))\}\,f(\tilde{r})d\tilde{r} + \lambda(w - c - h_a - h_f)$. Vervolgens maken we gebruik van $E(\widetilde{R}_p) = x\,R_f + (1-x)E(\widetilde{R}_a)$ en $x = h_a/h$ en $1-x = h_f/h$ om deze laatste formule te herschrijven tot de uitgebreide Lagrange formulering (1a).

De belegger maximaliseert het nut door te zoeken naar de optimale c, h_a en h_f, dus hoeveel te consumeren, te beleggen en waarin te beleggen. Dat kan formeel worden uitgewerkt door L te differentiëren naar deze variabelen, alsmede λ, en op nul te stellen. Dat levert op:

(1b) $\frac{\partial L}{\partial c} = 0$ ofwel $\frac{\partial E(U(c,\tilde{c}))}{\partial c} = \lambda$

(1c) $\frac{\partial L}{\partial h_i} = 0$ ofwel $\frac{\partial E(U(c,\tilde{c}))}{\partial h_i} = \lambda$ voor i = a, f
(1d) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$ ofwel $w = c + h_a + h_f$

Hier staat geformuleerd dat de marginale nutstoename van de consumptie in periode 1, die van de beleggingen in aandelen en obligaties aan elkaar gelijk moeten zijn, waarbij geldt dat de waarde van de aandelen en obligaties op het moment van beslissen gelijk is aan het salaris.

Daarmee is aan de eerste orde voorwaarden voor een optimum voldaan. We volgen daarnaast Fama en Miller door af te zien van behandeling van de tweede orde voorwaarde voor een maximum. Daaraan is voldaan vanwege de aanname van een strikt concave nutscurve. Maar we constateren wel dat geldt, we hebben dat onderstaand nodig, dat er sprake is van afnemend marginaal nut (waarbij we voor het gemak de kruisafgeleide negeren): $\frac{\partial[\partial E(U(c,\tilde{c}))]}{\partial c\, \partial c} < 0$ en $\frac{\partial[\partial E(U(c,\tilde{c}))]}{\partial h_i\, \partial h_i} < 0$. Dit is relatief gemakkelijk te illustreren met een expliciete functie, zoals: $U(c, \tilde{c}) = c^{\alpha}\ \tilde{c}^{(1-\alpha)}$ met $0<\alpha<1$. Dan geldt $\frac{\partial U(c,\tilde{c})}{\partial c} = \alpha\, c^{\alpha-1}\ \tilde{c}^{(1-\alpha)}>0$ en $\frac{\partial(\partial U(c,\tilde{c}))}{\partial c\, \partial c} = \alpha\,(\alpha-1)\ c^{\alpha-2}\ \tilde{c}^{(1-\alpha)}<0$ omdat $0<\alpha<1$ (hierbij hebben we discontering genegeerd).

(i) Vermogensrendementsheffing is een vermogensheffing

Tot zover Fama en Miller. We zullen nu in deze setting de vermogensrendementsheffing (VRH) invoeren en de verstoring van de keuze tussen consumeren en beleggen laten zien. Tevens tonen we aan dat de vermogensrendementsheffing in economische zin een vermogensbelasting is. Tot slot wordt duidelijk dat de VRH geen rol speelt bij de keuze tussen aandelen en obligaties.

De VRH is momenteel vormgegeven als een vaste belasting, t, op het rendement op vermogenstitels. Het rendement na belasting op aandelen en obligaties komt derhalve uit, respectievelijk: $h_f\ (R_f\text{-}t)$ en $h_a\ (E(\tilde{R}_a) + \tilde{r}\ \sigma\ (\tilde{R}_a) - t)$. Aangezien de VRH moet worden betaald ongeacht het rendement zal het salaris w nu moeten worden verdeeld over consumptie c, beleggingen $h_a + h_f$ en de VRH $t\ (h_a + h_f)$. Het te beleggen bedrag wordt dan (1-t)(w-c), te verdelen over obligaties en aandelen (1-t)(w-c)= (1-t) $(h_a + h_f)$. De uit beleggingen vrijgekomen middelen worden vervolgens gebruikt om in de tweede periode geheel te consumeren.

De vergelijkingen (1a) – (1d) kunnen nu worden geherformuleerd:

(2a) $L = \int_{-\infty}^{\infty} U\{c,\ h + h_f\,(R_f - t) + h_a\,(E(\tilde{R}_a) + \tilde{r}\ \sigma\ (\tilde{R}_a) - t)\}\ f(\tilde{r})d\tilde{r} + \lambda\{(1-t)\,(w - c) - (1-t)\,(h_a + h_f)\}$
(2b) $\frac{\partial L}{\partial c} = 0$ ofwel $\frac{\partial E\{U(c,\tilde{c})\}}{\partial c} = (1-t)\lambda$
(2c) $\frac{\partial L}{\partial h_i} = 0$ ofwel $\frac{(1-t)\,\partial E\{U(c,\tilde{c})\}}{\partial h_i} = (1-t)\lambda = \frac{\partial E\{U(c,\tilde{c})\}}{\partial h_i} = \lambda$ voor i = a, f
(2d) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$ ofwel $(1-t)(w - c) = (1-t)(h_a + h_f)$ = w - c = $h_a + h_f$

Om te zien dat er een verstoring optreedt tussen consumeren en beleggen door de VRH, kijken we naar (2b) in vergelijking met (1b). In (2b) is het rechterlid kleiner. Dat betekent dat in een nieuw evenwicht ook het linkerlid, $\frac{\partial E(U(c,\tilde{c}))}{\partial c}$, kleiner moet worden. Aangezien zoals we boven zagen deze term dalend is in ∂c, dus $\frac{\partial[\partial E(U(c,\tilde{c}))]}{\partial c\, \partial c} < 0$, kan dat alleen als c omhoog gaat. Dat betekent meer consumptie dan in afwezigheid van de VRH.

Verder, de VRH is de facto een vermogensheffing (VH). Dat ligt besloten in de formulering van de heffing. Immers, de heffing is over vermogensbestanddelen h_f en h_a, en heeft omvang $t(h_f+h_a)$. De rendementen R_f en $(E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\,\sigma\,(\widetilde{R}_a))$ worden niet door de belasting geraakt in deze partiële setting. De term VRH is misleidend, VH is een betere benaming.

Tot slot, door vergelijking van (2c) met (1c) kan onmiddellijk worden gezien dat de verdeling tussen aandelen en obligaties door de VRH niet wordt aangetast; immers in (2c) valt de term (1-t) weg aan beide zijden, zodat gelijkheid met (1c) voor alle vermogenstitels i geldt.

(ii) Een èchte heffing op vermogensrendement (EVRH)

Een heffing op het rendement van vermogen, in plaats van op het vermogen zelf, sluit beter aan bij het gevoel van rechtvaardigheid van belastingheffing. Met het bestaande model kan de analyse van het effect hiervan gemakkelijk plaats hebben. Uitgaande van een uniform tarief t_r over het rendement wordt het verwachte rendement na belasting $(1-t_r)\,\widetilde{R}_p = (1-t_r)[h_f\,R_f + (1-h_a)\,\{\widetilde{R}_a + \tilde{r}\,\sigma\,(\widetilde{R}_p)\}]$. Dit is voldoende om (1a) te herschrijven en de evenwichtscondities te bepalen:

(3a) $L \; = \int_{-\infty}^{\infty} U[\{c, h + (1-t_r)(h_f\,R_f + h_a\,E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\,h_a\,\sigma\,(\widetilde{R}_a))\}]\,f(\tilde{r})d\tilde{r} + \lambda\{(w-c)-(h_a+h_f)\}$

(3b) $\frac{\partial L}{\partial c} = 0 \text{ ofwel } \frac{\partial E\{U(c,\tilde{c})\}}{\partial c} = \lambda$

(3c) $\frac{\partial L}{\partial h_i} = 0 \text{ ofwel } \frac{(1-t_r)\delta E\{U(c,\tilde{c})\}}{\delta h_i} = \lambda$ voor i = a, f

(3d) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \text{ ofwel } (w - c) = (h_a + h_f)$

Ook voor deze heffing geldt dat door de belastingheffing de allocatie tussen aandelen en obligaties niet wordt verstoord. Immers, voor (3c) geldt dat de gelijkheid voor i = a, f blijft gelden; de term $(1-t_r)$ valt immers weg voor: $\frac{\partial L}{\partial h_a} = \frac{\partial L}{\partial h_f}$.

Wel wordt duidelijk dat de term $\frac{\delta E(U(c,\tilde{c}))}{\delta h_i}$ groter moet worden om de gelijkheid met het rechterlid, λ, te behouden. Dat gebeurt, gezien $\frac{\partial[\partial E(U(c,\tilde{c}))]}{\partial h_i\,\partial h_i} < 0$, door een verlaging van h_i, en dus h_a en h_f. Aangezien het salaris w niet verandert, betekent dit via (3d) meer consumptie: w – h = c.

(iii) De EVRH is economisch superieur

We kunnen daarom zeggen dat bij heffing op basis van het werkelijke rendement, net als bij de VRH, de allocatiebeslissing niet wordt verstoord. En dat in beide gevallen ook een prikkel om meer te consumeren bestaat. Maar het is niet duidelijk of die prikkel verschilt. Omdat te onderzoeken gaan we eerst bekijken of bij het invoeren van de EVRH de consument beter af is. Daartoe nemen we aan dat de overheid risiconeutraal is. Dat impliceert dat fluctuaties in de belastinginkomsten uit de heffing op vermogensinkomsten worden geaccepteerd zolang die inkomsten gemiddeld onveranderd blijven.

Laten we beginnen met naar de belastinginkomsten te kijken. In geval van de VRH is de belastinginkomst voor de overheid: th. Bij de EVRH is het iets complexer geformuleerd: $t_r(h_f\,R_f + h_a\,E(\widetilde{R}_a) + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}\,h_a\,\sigma\,(\widetilde{R}_a)\,f(\tilde{r})d\tilde{r})$. Het gaat er nu om dat we ons realiseren dat voor de laatste term, op het moment van het nemen van de beslissing, de verwachting geldt: $\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}\,h_a\,\sigma\,(\widetilde{R}_a)\,f(\tilde{r})d\tilde{r} = 0$; immers, $\tilde{r}$ drukt uit dat het werkelijk rendement R_a varieert symmetrisch rond het verwachte rendement $E(R_a)$ (zie boven formulering 1(a)). Dat impliceert dat de overheid de t_r kan bepalen die een – gemiddeld – gelijke belastingopbrengst levert als in het geval van de VRH. Die t_r wordt dan:

(4) $t_r{}^* = t / \{x\, R_f + (1\text{-}x)\, E(\widetilde{R}_a) \}$

Voor de afleiding stellen we eerst de belastinginkomsten in beide situaties, VRH en EVRH, aan elkaar gelijk: $t_r\,(h_f\, R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a)) = t\, h$. Dan geldt vanwege de eerdere definitie $x = h_a/h$ dat $x\, h = h_f$ en vanwege $1\text{-}x = h_f/h$ dat $(1\text{-}x)\, h = h_a$. Dan krijgen we $t_r\, (x\, h\, R_f + (1\text{-}x)\, h\, E(\widetilde{R}_a)) = t\, h$. Daaruit kan h worden geëlimineerd en dan komt (4) in beeld.

De vraag is vervolgens of bij deze belastingvoet de belegger beter af is in geval van de EVRH. Dat is zo, waarvoor de volgende bewijsvoering geldt.

Als de consument in geval van de EVRH beter af is dan in geval van de VRH, moet gelden dat zijn nut in het eerste geval hoger is, dus dat de nutsterm in (3a) groter is dan die in (2a). Daartoe kijken we eerst naar (3a), die we herschrijven zodat we de belastingtermen goed in beeld krijgen (voor $th_f + th_a = th$):

(5) $\int_{-\infty}^{\infty} U[c, h + (1\text{-}t_r{}^*)\{h_f\, R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\, h_a\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\}]\; f(\tilde{r})d\tilde{r} =$

$$\int_{-\infty}^{\infty} U[c, h + h_f\, R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\, h_a\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\text{-}\ t_r{}^*\{h_f\, R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\, h_a\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\}\ ]\ f(\tilde{r})d\tilde{r}$$

Dan gebruiken we (4) om deze formule in termen van t te schrijven:

$$\int_{-\infty}^{\infty} U[c, h\ +\ h_f R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a)\ +\ \tilde{r}\, h_a\, \sigma\,(\widetilde{R}_a) - th\{1 + \frac{\tilde{r}\, h_a\, \sigma\,(\widetilde{R}_a)}{h_f R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a)}\}]f(\tilde{r})d\tilde{r}$$

Vervolgens herschrijven we (2a) (voor $th_f + th_a = th$):

(2a) $\int_{-\infty}^{\infty} U[c,\ h + h_f\,(R_f - t) + h_a\, \{E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\ \text{-}t\}]\ f(\tilde{r})d\tilde{r} =$

$$\int_{-\infty}^{\infty} U[c,\ h + h_f\, R_f + h_a\, \{E(\widetilde{R}_a) + \tilde{r}\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\ )\ \text{-}\ th\}]\ f(\tilde{r})d\tilde{r}$$

De term $\frac{\tilde{r}\, h_a\, \sigma\,(\widetilde{R}_a)}{h_f R_f + h_a\, E(\widetilde{R}_a)}$ bepaalt het verschil tussen (5) en de herschreven (2a). Als de term < 0, dan is het linker lid groter. Dat dit het geval kunnen we inzien door ons te realiseren dat de term $\tilde{r}$ symmetrisch rond nul verdeeld is, en derhalve ook de teller en de hele term; de termen $h_a, \sigma\,(\widetilde{R}_a)$, $h_f, R_f h_a$ en $E(\widetilde{R}_a)$ zijn immers vaste getallen. Dit is noodzakelijk, maar niet voldoende voor onze conclusie. Daarvoor hebben we nodig dat U(.) een concave functie is van h, dus marginaal afnemend (zie onder (i) boven).

De consument heeft zowel in het geval van de EVRH en VRH, bij de gegeven belastingvoet, een gelijke verwachte kasstroom. Immers, de term $\tilde{r}$ is symmetrisch rond nul. Het punt is evenwel dat er door de heffing op rendement een geringere variatie in de kasstroom ontstaat. Een risico-averse belegger, met een concave nutsfunctie, waardeert dat. Zijn nut is derhalve hoger dan in het geval van de VRH. De EVRH is economisch superieur.

(iv) De EVRH is minder verstorend

De vaststelling dat door de EVRH het nut omhoog gaat, impliceert ook een aanpassing van het evenwicht ten opzichte van de VRH. Beschouw hiertoe (3c).

(3c) $\frac{\partial L}{\partial h_i} = 0 \text{ ofwel } \frac{(1 - t_r)\delta E\{U(c,\tilde{c}))}{\delta h_i} = \lambda$ voor i = a, f

Als het nut toeneemt zoals beargumenteerd, zal ook de term $\frac{\delta E\{U(c,\tilde{c}))}{\delta h_i}$ hoger uitkomen. Dat betekent, om het evenwicht met het rechterlid in die vergelijking te herstellen, de term omlaag moet. Gezien het afnemend marginaal nut (zie (i)) betekent dat dat h, het bedrag aan beleggingen, omhoog gaat - totdat het evenwicht is hersteld.

Dat heeft weer als implicatie dat de belastingopbrengsten van de heffing op vermogen, $t_r(h_f R_f + h_a E(\widetilde{R}_a) + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}\, h_a\, \sigma\, (\widetilde{R}_a)\, f(\tilde{r})d\tilde{r})$, hoger uitvallen. De overheid die streeft naar een ongewijzigde belastingopbrengst zal vervolgens het belastingtarief neerwaarts aanpassen. Dat leidt tot nog meer beleggingen en belastingopbrengsten, totdat een nieuw evenwicht is bereikt waarin de belastingopbrengsten gelijk zijn, de belastingvoet lager en de beleggingen hoger. De verstoring die uitgaat van de EVRH is in het nieuwe evenwicht lager.