Appendix Productiefunctie

De potentiële output wordt beschreven aan de hand van een productiefunctie met vaste technische coëfficiënten. Per periode is sprake van arbeidsbesparende technische vooruitgang die, gelijk manna uit de hemel, zich netjes spreidt over alle kapitaalgoederen. De kapitaalgoederenvoorraad kan worden gerangschikt op basis van de arbeidsintensiteit per kapitaalgoed. Er kunnen m homogene en qua omvang gelijke groepen kapitaalgoederen worden onderscheiden met elk hun eigen arbeidsintensiteit. De groep met de laagste arbeidsintensiteit heeft rangnummer m=1 en die met de hoogste arbeidsintensiteit rangmummer m=M.

De geïnstalleerde kapitaalgoederenvoorraad is dan gelijk aan:

1. $k = Mk_m$

en de potentiële output wordt geschreven als:

2. $y = \frac{1}{v}k = \frac{M}{v}k_m$

Het totale aantal arbeidsplaatsen op de geïnstalleerde kapitaalgoederenvoorraad sommeert als:

3. $a = \int_0^M \alpha k_m \, e^{\omega m} dm$

Wat onder meer betekent dat de arbeidsintensiteit van een willekeurige homogene groep kapitaalgoederen (m+1) 100ω % hoger is dan die van de naastgelegen homogene groep m.

Vergelijking 3 kent als oplossing:

4. $a = \alpha k_m \frac{e^{\omega M} - 1}{\omega}$,

Combinatie van de vergelijkingen 2 en 4 levert een uitdrukking voor de macro-economische arbeidsintensiteit:

5. $\frac{a}{y} = \frac{\alpha v}{M} \frac{e^{\omega M} - 1}{\omega}$

Waarbij het verschil in arbeidsinzet van de minst arbeidsintensieve groep kapitaalgoederen ωM lager ligt dan die van de meest arbeidsintensieve nog juist in gebruik zijnde groep kapitaalgoederen.

In relatieve eerste verschillen en rekening houdend met de jaarlijks optredende daling van de arbeidsintensiteit α ten gevolge van de arbeidsbesparende technische vooruitgang ρ, gaat vergelijking 5 over in een uitdrukking voor de relatieve verandering van de structurele macro-economische arbeidsproductiviteit:

6. $\dot{y} - \dot{a} = \left[\frac{1}{M} - \frac{\omega e^{\omega M}}{e^{\omega M} - 1}\right] dM + \rho$

Zolang ω>0 en M>1 is $\left[\frac{1}{M} - \frac{\omega e^{\omega M}}{e^{\omega M} - 1}\right] < 0$

De bepaling van het aantal homogene groepen kapitaalgoederen in gebruik (M) vindt plaats door de winst te maximaliseren met betrekking tot M. De winst wordt gedefinieerd als:

7. $W = py - c_k pk - p_l a$

$p = prijspeil$
$c_k = kapitaalkosten\ uitggedrukt\ in\ perunen$
$p_l = loonvoet$

en waarbij de kapitaalkosten de som is van afschrijvingen (δ) als perunage van de waarde van de kapitaalgoederenvoorraad (pk) en rentelasten (r) over het rentedragende vreemde vermogen. De laatste vormt een fractie (γ), leverage ratio, van de waarde van de kapitaalgoederenvoorraad.
Na substitutie van de vergelijkingen 1,2 en 4 gaat vergelijking 7 over in:

8. $W = \frac{pM}{v} k_m - c_k pMk_m - p_l \alpha k_m \frac{e^{\omega M}-1}{\omega}$

Maximalisatie van W met betrekking tot M geeft de eerste orde voorwaarde voor een maximum:

9. $\frac{\partial W}{\partial M} = \frac{p}{v} - c_k p - p_l \alpha e^{\omega M} = 0$

Dat het een maximum is blijkt uit de tweede orde voorwaarde:

10. $\frac{\partial^2 W}{\partial M^2} = -p_l \alpha \omega e^{\omega M} < 0$

Herschikking van termen laat vergelijking 9 overgaan in een uitdrukking voor M:

11. $e^M = \left(\frac{1-vc_k}{v}\right)^{\frac{1}{\omega}} \left(\frac{p_l}{p}\frac{\alpha}{\omega}\right)^{-\frac{1}{\omega}}$

Waaruit tenslotte, na enig gepriegel, een uitdrukking voor de verandering in M kan worden afgeleid:

12. $dM = -\frac{1}{\omega}\left(\frac{v}{1-vc_k} dc_k + \dot{p}_l - \dot{p} - \rho\right)$

Substitutie van vergelijking 12 in vergelijking 6 leidt tot:

13. $\dot{y} - \dot{a} = -\frac{1}{\omega}\left[\frac{1}{M} - \frac{\omega e^{\omega M}}{e^{\omega M}-1}\right]\left(\frac{v}{1-vc_k} dc_k + \dot{p}_l - \dot{p} - \rho\right) + \rho$

Bovenstaande vergelijking laat zien dat bijvoorbeeld een toeneming van de kapitaalkosten al of niet in combinatie van reële lonen die sneller stijgen dan de arbeidsbesparende technische vooruitgang leiden tot een hogere macro-economische arbeidsproductiviteit. En dat komt (vergelijking 12) doordat de kapitaalgoederen met voorheen de hoogste arbeidsintensiteit worden afgestoten, want deze zijn onrendabel geworden. Dat kunnen binnen de gekozen opzet van dit model zowel oude als betrekkelijk nieuwe kapitaalgoederen zijn. In het geval de kapitaalkosten stabiel zijn en de reële lonen toenemen overeenkomstig het tempo van de arbeidsbesparende technische vooruitgang stijgt de arbeidsproductiviteit in datzelfde tempo. Er is dan sprake van evenwichtige groei bij een constante categorale inkomensverdeling.

Vergelijking 13 kan na herschrijving en bij enkele vereenvoudigende en wellicht gewaagde veronderstellingen empirisch aan de hand van tijdreeksanalyse worden getoetst. Het vereenvoudigende en gewaagde zitten hem in de linearisatie van vergelijking 13. Er wordt namelijk aangenomen dat de coëfficiëntenbundel $\frac{1}{\omega}\left[\frac{1}{M} - \frac{\omega e^{\omega M}}{e^{\omega M}-1}\right]$ over de steekproefperiode gemiddeld genomen niet aan (grote) wijzigingen onderhevig is. Dit zo zijnde mag desalniettemin verwacht worden dat, zo de werkelijkheid zich min of meer gedraagt conform het hier geconcipieerde model, het veronderstelde verband tussen arbeidsproductiviteit en kapitaals- en reële loonkosten empirisch kan worden teruggevonden.
De te schatten vergelijking krijgt dan tenslotte de volgende gedaante:

14. $\dot{y} - \dot{a} = \beta\left(\frac{v}{1-vc_k} dc_k + \dot{p}_l - \dot{p}\right) + (1-\beta)\rho$ waarin $\beta = -\frac{1}{\omega}\left[\frac{1}{M} - \frac{\omega e^{\omega M}}{e^{\omega M}-1}\right]$

Bij de schatting is gebruik gemaakt van een combinatie van de database van het CPB (1970-2020) en oude Centraal Economische Plannen. Teneinde de conjuncturele component in de jaar op jaar cijfers (ten dele) te elimineren zijn de in de regressie analyse gebruikte data in de vorm van zesjarig voortschrijdende gemiddeldes gegoten. De steekproef bestrijkt zo een periode van 64 jaar, van 1956 tot en met 2019, met als regressie uitkomst[1]:

15. $\underset{(t\ 19.1)}{\dot{y} - \dot{a} = 0.51}[3.667dc_k + (\dot{p}_l - \dot{p})] + \underset{(t\ 12.6)}{1.34}$ $R^2 = 0.85$

[1] De parameters in de term $\frac{v}{1-vc_k}$ zijn a priori gekozen: $v = 3, \delta = 0.033, \gamma = 0.5\ en\ r =$ 0,055 het gemiddelde 1950-2019.

Nu kan het terechte verwijt worden gemaakt dat het hierboven gevonden verband veel weg heeft van een inverse van een gebruikelijke loonvergelijking, waarin het reële loon onder meer een functie is van de arbeidsproductiviteit. Met andere woorden het verband is weliswaar statistisch vast te stellen, maar de causaliteit zou wel eens de andere richting op kunnen lopen. Om aan deze kritiek tegemoet gekomen is tevens een eenvoudige loonvergelijking met sterke Phillips curve geformuleerd en zijn voor dit sub-stelsel van structuurvergelijkingen de beide herleide vormen statistisch getoetst.

16. $\dot{p}_l - \dot{p} = 1.00(\dot{y} - \dot{a}) - \alpha(w - w_o)$

$(w - w_o)$ = werkloosheid in afwijking van het steekproefgemiddelde

Waaruit tezamen met vergelijking 14 de volgende herleide vormen kunnen worden afgeleid:

17. $\dot{y} - \dot{a} = \frac{\beta\vartheta}{1-\beta} dc_k - \frac{\alpha\beta}{1-\beta}(w - w_o) + \rho$ waarin $\vartheta = \frac{v}{1-vc_k}$

18. $\dot{p}_l - \dot{p} = \frac{\beta\vartheta}{1-\beta} dc_k - \frac{\alpha}{1-\beta}(w - w_o) + \rho$

De uitgevoerde regressies voor beide herleide vormen geven de volgende resultaten:

19. $\dot{y} - \dot{a} = \underset{(t\ 5.9)}{3.25dc_k} - \underset{(t\ 1.9)}{0.12(w - w_o)} + \underset{(t\ 16.8)}{2.74}$ R^2=0.47

20. $\dot{p}_l - \dot{p} = \underset{(t\ 5.4)}{3.86dc_k} - \underset{(t\ 3.3)}{0.26(w - w_o)} + \underset{(t\ 13.5)}{2.81}$ R^2=0.50

Het schattingsresultaat betekent voor vergelijking 19 een β van 0.47 en van 0.51 voor vergelijking 20. Uitkomsten die weinig afwijken van hetgeen bij een directe schatting van de structuurvergelijking (15) werd gevonden. Voorts kan bij deze β's voor beide vergelijkingen dicht bij elkaar liggende waardes voor α worden berekend van respectievelijk 0.135 en 0.127. De autonome arbeidsbesparende technische vooruitgang ρ wordt binnen de nauwe bandbreedte van 2,74% en 2,81% geschat. Rest nog te vermelden dat bij deze gevonden coëfficiënten herberekening van de storingen aan de hand van de oorspronkelijke structuurvergelijkingen een R^2 oplevert van 0.85 voor vergelijking 17 en 0.88 voor vergelijking 18.

Op basis van dit empirisch resultaat kan tenslotte een figuur worden geconstrueerd voor de (geschatte) structurele arbeidsproductiviteitsstijging in afwijking van de autonome arbeidsbesparende technische vooruitgang. Wat blijkt is dat ongeveer tot aan het einde van de zeventiger jaren de productiviteitsgroei onder invloed van stijgende loon- en kapitaalkosten uitging boven dat autonome tempo, om vervolgens in de bijna 40 jaren daarna, toen loon- en kapitaalkosten naar verhouding daalden, er onder te zakken.